

**A csúfolórigó
nyomában**

A LOGIKA VILÁGA

Raymond Smullyan: A hölgy vagy a tigris?

Raymond Smullyan: A tao hallgat

Raymond Smullyan: Emlékek, történetek, paradoxonok

Raymond Smullyan: Mi a címe ennek a könyvnek?

Raymond Smullyan: Seherezádé rejtélye

Raymond Smullyan: Sherlock Holmes sakkrejtélyei

Philippe Boulanger: Ezeregy tudós éjszaka

Károlyi Zsuzsa: Csak logiqsan

Raymond Smullyan: Gödel nemteljességi tételei

Dennis E. Shasha: Dr. Ecco talányos kalandjai

A csúfolórigó nyomában

Egy lebilincselő kaland
a kombinatorikus logika
világában

Raymond M. Smullyan

Fordította: Csaba Ferenc
Mallár Gabriella rajzaival



A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.



Az Árpád Gimnázium diákjainak kedvére és örömére

A fordítás a következő kiadás alapján készült:

To Mock a Mockingbird. Alfred A. Knopf, New York, 1985

Copyright © 1985 by Raymond Smullyan

Hungarian translation © Csaba Ferenc, Typotex Kiadó, 2012

Engedély nélkül semmilyen formában nem másolható!

Hungarian edition © Typotex Kiadó, 2012

ISBN 978 963 279 668 0

ISSN 1787-3037

Témakör: *logikai fejtörő*

Kedves Olvasó!

Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!

Újabb kiadványainkról, akcióinkról

a www.typotex.hu és a facebook.com/typotexkiado

oldalakon értesülhet.



Kiadja a Typotex Elektronikus Kiadó Kft.

Felelős vezető: Votisky Zsuzsa

Lektorálta: Aszalós László

Műszaki szerkesztő: Csaba Ferenc

Borítóterv: Szalay Éva

Készült a Kódex Könyvgyártó Kft. nyomdájában

Felelős vezető: Marosi Attila

Tartalom

Köszönetnyilvánítás	7
Előszó	8
I. Logikai fejtörők	10
1. Nyeremények és egyéb rejtvények	11
2. A szórakozott logikus	18
3. A sevillai borbély	29
4. A fénykép rejtélye	42
II. Lovagok, lóköttők és az Ifjúság Forrása	54
5. Különös lovagok és lóköttők	55
6. Nappali és éjszakai lovagok	67
7. Istenek, démonok és halandók	78
8. Az Ifjúság Forrása	88
III. A csúfolórigó és a többiek	98
9. A csúfolórigó	99
10. Létezik-e mindentudó madár?	119
11. Mennyi madár!	125
12. Csúfolórigók, poszáták és seregélyek	154
13. Mindentudó madarak	168

IV. Énekesmadarak	183
14. A Curry-erdő	184
15. A Russell-erdő	194
16. A nevesincs erdő	200
17. A Gödel-erdő	205
V. A Mester-erdő	215
18. A Mester-erdő	216
19. Arisztokratikus madarak	231
20. Craig felfedezése	241
VI. A nagy kérdés	245
21. Fixpontok	246
22. Pillantás a végtelenbe	253
23. Logikus madarak	265
24. Számoló madarak	273
25. Létezik ideális madár?	290
Epilógus	305
Ki kicsoda a madarak világában?	308

Köszönetnyilvánítás

Köszönetet mondok Nancy Spencernek, aki a gépelés mellett az adminisztratív teendők egy részét is magára vállalta, és az Indiana University Filozófia Tanszékének, amiért ideális munkafeltételeket teremtett számomra. Hálás vagyok George Boolosnak, az M. I. T. professzorának, aki a teljes kéziratot elolvasta, és számos hasznos javaslatot fűzött hozzá. A kiadó részéről Melvin Rosenthal szerkesztő nagyon lelkiismeretes munkát végzett. Ann Close, a szerkesztő – mint mindig – bűbájos volt, és a legmesszebbmenőkig segítőkész a munka teljes folyamatában.

Raymond Smullyan

Elka Park, New York
1984. november

Előszó

Mielőtt elmondanám, miről szól ez a könyv, beszámolok egy mulatságos és megtörtént esetről.

Nem sokkal első rejtvénykönyvem, a *Mi a címe ennek a könyvnek?* megjelenése után levelet kaptam egy ismeretlen olvasómtól, aki az egyik feladatra az általam adottnál elegánsabb megoldást javasolt. A levél végén ez állt: „Szeretettel” – és egy női név. Fogalmam sem volt, ki lehet, ahogy arról sem, hogy férjezett vagy hajadon. Válaszomban megdicsértem a megoldását, és megkérdeztem, felhasználhatom-e a könyv következő kiadásaiban. Emellett javasoltam neki, hogy ha még nem végezte el az egyetemet, akkor válassza fő tárgyának a matematikát, hiszen nyilvánvaló, hogy tehetséges. Nem sokkal később válaszolt: „Köszönöm kedves levelét. Ezúton engedélyezem, hogy felhasználja a megoldásomat. Kilenc és fél éves vagyok, ötödik osztályba járok.”

Fiatal olvasóm különösen kedvelte a lovagokról és lókötőkről (igazmondókról és hazugokról) szóló rejtvényeket. Ezek komoly népszerűsége tettek szert, ennek megfelelően a könyv első nyolc fejezetében ebből a típusból is szerepel majd jó néhány újabb fejtörő. Nehézségi fokuk a teljesen elemitől a 8. fejezet mély, az Ifjúság Forrásáról

szóló metarejtvényéig terjed. A hátralévő rész teljesen más irányt követ, és sokkal mélyebbre merül a logikai vizekben, mint korábbi könyveim. Az Olvasó sok-sok érdekes kombinatorikus logikai ismeretet sajátíthat el. Ez a figyelemre méltó terület újabban a számítástudomány és a mesterséges intelligencia kutatások homlokterébe került, a témaválasztás tehát időszerűnek tekinthető. (Nem így terveztem, egyszerűen szerencsém volt. . .) A kombinatorikus logika igazán mély összefüggéseket tár fel, mégsem nehezebb megtanulni, mint a középiskolai algebrát vagy geometriát. Miután a számítógép-tudomány már bekerült a középfokú oktatásba, lehetséges, hogy hamarosan a kombinatorikus logika is követni fogja?

A kombinatorikus logika absztrakt tudomány, amelynek objektumait kombinátoroknak nevezzük. Nincs jelentősége, hogy mik ezek az objektumok, csupán az számít, hogy miként hatnak egymásra. Mindenki szabadon dönthet arról, hogy mit tekint kombinátornak (mondjuk számítógép-programokat). Nos, az én kombinátoraim *madarak*: ezzel Haskell Curry professzor emléke előtt tisztelgek, aki nem csupán a kombinatorikus logika jeles művelője, de igen lelkes madármegfigyelő is volt.

A kombinatorikus logikát mindazonáltal nem a gyakorlati alkalmazásai miatt választottam könyvem tárgyául – bár akad ilyen bőven –, hanem a szórakoztatás okán. Itt van egy terület, amelyet technikainak tartanak, holott tökéletesen elérhető a széles olvasóközönség számára is, és amelyben se szeri, se száma a kiváló fejtörők alapanyagául szolgáló, egyúttal azonban a modern logika alapjaiba bepillantást engedő eredményeknek. Mi lehetne megfelelőbb tárgya egy rejtvenykönyvnek?

I. rész

LOGIKAI FEJTÖRŐK

1. fejezet

Nyeremények és egyéb rejtvények

HÁROM KIS FEJTÖRŐ

1. A virágoskert

Egy kertben háromféle virág nő: piros, sárga és kék. Egy statisztikus ottjártakor megállapította: bárhogyan választunk ki három virágot, biztosan van közöttük legalább egy piros. Egy kollégája szintén ellátogatott a kertbe, és megfigyelte: bárhogyan választunk ki három virágot, legalább egy sárga biztosan lesz közöttük.

A történetről tudomást szerzett két logika szakos egyetemista, és össze is vitatkoztak rajta. Egyikük azt állította:

– Eszerint tehát bármely három virágot választjuk ki, legalább egy kék is lesz közöttük, nincs igazam?

– Természetesen nincs! – vágta rá a másik.

Melyiküknek volt igaza, és miért?



2. Miféle kérdés?

Feltehetnék egy kérdést az Olvasónak, amelyre igen vagy nem a válasz. A kérdésre létezik egyértelmű helyes válasz, mindazonáltal lehetetlen, hogy az Olvasó *ezt* válaszolja rá. Nem kizárt, hogy *tudja* a helyes választ, kimondani azonban nem képes. Bárki más válaszolhat helyesen, az Olvasó azonban, akinek a kérdést felteszem, nem.

Kitalál-e az Olvasó egy ilyen kérdést?

3. Mire tippelünk?

Íme egy szakállas rejtvény a valószínűség tárgyköréből. Válasszuk ki kedvenc focicsapatunkat, és tippeljük meg, hogy az idényben a csapat által az egyes mérkőzéseken lőtt gólok számának az összege vagy a szorzata lesz a nagyobb!

Ha már valószínűségről és statisztikáról esett szó, eszembe jut a történet a statisztikusról, aki egy alkalommal kifejtette barátjának, miért nem utazik soha repülőgépen.

– Kiszámítottam, mekkora a valószínűsége annak, hogy bomba legyen a fedélzeten – magyarázta. – Ez ugyan meg lehetőszen kicsi, de nem elég kicsi ahhoz, hogy engem is megnyugtasson.

Két héttel később egy repülőgépen találkoztak.

– Mi történt, hogy megváltozott a véleményed? – kérdezte a barát.

– Az elméletem nem változott, azóta viszont azt kiszámítottam, mekkora a valószínűsége annak, hogy egyszerre *két* bomba legyen a fedélzeten. Ez a valószínűség már megnyugtatóan kicsi. Hoztam tehát magammal egy bombát. . .

HOGYAN NYERJÜNK DÍJAT?

4. A három nyeremény

Tegyük fel, hogy három díjat ajánlok fel az Olvasónak: az *A* díjat, a *B* díjat és a *C* díjat. Az *A* díj a legértékesebb, a *B* amolyan közepes, *C* pedig legföljebb vigaszdíjként jöhet szóba. Az Olvasó tesz egy állítást: ha ez az állítás igaz, akkor megígérem, hogy vagy az *A*, vagy a *B* díjat kapja, ha azonban hamis, akkor meg kell elégednie *C*-vel.

Az Olvasó persze könnyen megnyerheti az *A* és *B* díj *valamelyikét*. Elég például, ha kijelenti: „kettő meg kettő az négy”. De mi van akkor, ha az *A* díjra fáj a foga? Van-e olyan állítás, amelyet ha kimond, nem tehetek mást, oda kell adnom az *A* díjat?

5. Van egy negyedik is

Van egy negyedik díjam is: a *D*, amely *C*-hez hasonlóan vajmi keveset ér. A feltételeim pedig a következők: igaz állításért az *A* vagy a *B* díjat adom, hamisért a két „vigaszdíj” *valamelyikét*.

Tegyük fel, hogy az Olvasó valamiképpen megtudta, mik is a díjak, és valamilyen okból kifolyólag leginkább a *C*-t szeretné magáénak tudni.

(A szituáció nem feltétlenül valószínűtlen. Emlékszem gyermekkoromból egy születésnap partira, ahol az enyém lett az egyik főnyeremény, mégis rendkívül irigyeltem a vigaszdíjas gyereket: az ő díja ugyanis sokkal jobban tetszett, mint az, amit én nyertem. Ezzel nem voltam egyedül: legtöbbször a vigaszdíjra hajtott, szinte egész nap azzal játszottunk.)

Visszatérve a fejtörőhöz: találjon ki az Olvasó olyan állítást, amelyet kimondva övé lehet a *C* díj!

6. És ha zavart akar kelteni?

Megint négy díjunk van, és a feltételek is ugyanazok, mint az előző feladatban. Most azonban az Olvasó az egyik díjat sem kívánja megkapni, hanem engem akar zavarba ejteni egy állítással, amely után képtelen leszek betartani, amit ígértem.

Milyen állítással érhető ez el?

MEGJEGYZÉS: A probléma lényegét tekintve a nevezetes Sancho Panza paradoxon, amelyről a megoldásban ejtek néhány szót.

MEGOLDÁSOK

1. Az első logikusnak volt igaza, íme a magyarázat. Az első statisztikus megfigyeléséből következik, hogy a kertben legfeljebb egy sárga virág nyílik. Ha ugyanis lenne két sárga, akkor kiválaszthatnánk két sárgát és egy kéket, vagyis három virágot virágot úgy, hogy nincs közöttük piros, ez pedig ellentmondana annak, hogy bármely három virág közül legalább az egyiknek pirosnak kell lennie. Nem lehet tehát egynél több sárga virág. Hasonlóan, kék virágból sem lehet több: ha lenne két kék, akkor melléjük egy sárgát választva úgy lenne három virágunk, hogy nincs közöttük piros. Az első statisztikus állítása alapján tehát kijelenthetjük: a kertben legfeljebb egy sárga, és legfeljebb egy kék virág van. A második statisztikus megfigyeléséből viszont az következik, hogy pirosból sem lehet egynél több. Ha ugyanis lenne legalább két piros, akkor kiválaszthatnánk két pirosat és egy kéket, egy olyan hármast tehát, amelyben nincsen sárga. Ebből a megfigyelésből is következik, hogy nem lehet egynél több kék virág, ezt a konklúziót azonban már az első alapján levontuk.