

DAVID L. GOODSTEIN
JUDITH R. GOODSTEIN

Feynman elveszett előadása

DAVID L. GOODSTEIN
JUDITH R. GOODSTEIN

Feynman elveszett előadása

A B O L Y G Ó K N A P K Ö R Ü L I
M O Z G Á S A

F O R D Í T O T T A
G E R N E R J Ó Z S E F



TYPOTEX

A fordítás alapjául szolgáló mű:

Feynman's Lost Lecture. The Motion of the Planets around the Sun

Copyright © 1996 by the California Institute of Technology

All rights reserved.

Hungarian translation © Gerner József, 2026

Hungarian edition © Typotex, Budapest, 2026

Ezt a könyvet ember írta és ember fordította.

Engedély nélkül semmilyen formában nem másolható!

ISBN 978 963 493 369 4

Lektorálta Patkós András

TARTALOM

Előszó	11
Bevezetés	17
Kopernikustól Newtonig	21
Visszaemlékezés Feynmanra	48
Az ellipszistörvény Feynman-féle bizonyítása	69
A bolygók Nap körüli mozgása	156
Epilógus	185
Feynman előadásjegyzetei	193
Irodalom	197

*Richard Phillips Feynman emlékének,
akit megdöbbentene, hogy magyarázatra szorulónak
találjuk azt, amit ő oly világosan kifejtett*

light F to F' :

ne at P makes equal $\angle$'s to
 $+FP$, then it is tangent to ellipse

G' (Image of F)

$$FP + F'P = FP + GP \\ = FG'$$

$$FQ + F'Q = FQ + G'Q \\ > FG'$$

$\therefore Q$ lies outside
 L (on, at) the ellipse

tion

$r(t)$, then (t)

toward Sun

Force as $1/r^2$

times are

versely as the

SPECIAL LECTURE:

THE MOTION

$$3/R^2$$

$$3 = GM$$

$$3 = 2\pi/a$$



$\alpha = \text{Area swept/sec}$

$$R^2 \Delta\theta / \alpha = \Delta t$$

$$\Delta V = \frac{3}{R^2} (\Delta t) = \frac{3}{R^2} R^2 \frac{\Delta\theta}{\alpha} = \frac{3}{\alpha} \Delta\theta \\ = V_R \Delta\theta$$

$$V_R = \frac{3}{\alpha}$$

$$b = \frac{3}{V_\infty^2}$$

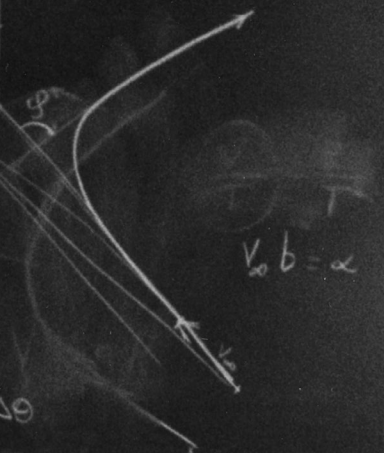
$$\tan \frac{\phi}{2} = \frac{V_R}{V_\infty} = \frac{3}{\alpha V_\infty} = \frac{3}{b V_\infty^2}$$

x-sect area for deflection $> \phi$

$$\propto \pi b^2 \propto \frac{\pi 3^2}{V_\infty^4 \tan^2 \frac{\phi}{2}}$$

N OF PLANETS AROUND THE SUN

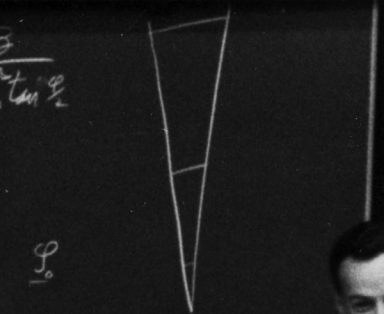
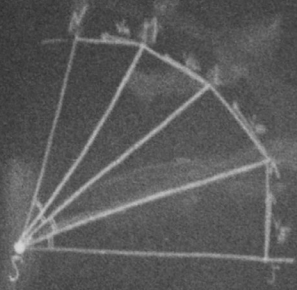
R.P. FEYNMAN



EQUAL ANGLES

Equal angles means areas proportional to time

Equal Changes in Velocity in time proportional to Equal Changes in Velocity in equal time



$$Z = Ze^2/m$$

$d\sigma_{\text{reflection}}$
in $d\phi$



ELŐSZÓ

Hogyan veszett el, és hogyan került elő újra Feynman előadása? 1992 áprilisában Gerry Neugebauer, a Fizikai Intézet igazgatója mint a Caltech* levéltárosát engem kért meg, hogy nézzem át a Robert Leighton hivatali szobájában található iratokat. Leighton beteg volt, néhány éve már nem használta az irodáját. Felesége, Marge Leighton felhatalmazta Neugebauert férje szobájának felszámolására, mondván, hogy ő már összeszedte Leighton könyveit és személyes dolgait. Elvihetem az archívumba, amit szeretnék, a maradékról majd a Fizikai Intézet rendelkezik.

Amellett, hogy 1970 és 1975 között a Fizikai Intézetet vezette, Leighton felügyelte a *The Feynman Lectures on Physics* szerkesztését és kiadását. Ezeket a bevezető előadásokat Feynman első- és másodéves egyetemistáknak tartotta kétéves kurzus keretében. Az Addison–Wesley-nél az 1960-as évek elején három kötetben megjelent előadások lényegében a fizika valamennyi területét felölelték – mind a mai napig újszerűnek és eredetinek számító nézőpontból. Reméltem hát, hogy Leighton irodájában találok majd valami kétségbenvonhatatlan bizonyítékot Feynman és Leighton együttműködésére.

* California Institute of Technology (Kaliforniai Műszaki Egyetem), Pasadena.

Adtam magamnak néhány hetet a legkülönbébb helyeken megtalálható iratok átrostálására, és Leighton most sem okozott csalódást. Közvetlenül a szobája mellett, egy raktárhelyiségben rendetlen összevisszaságban bedobált, évtizedekkel korábbi költségvetési papírok, megrendelések és számoszlopokkal teli megsárgult nyomtatópapírok közé ékelve rábukkantam két dossziéra, az egyikben a *Feynman elsőéveseknek szánt, befejezetlen előadásai*, a másikon az *Addison–Wesley* felirattal. Leighton és a kiadó levelezése a könyv formátumáról, a borító tervezett színeiről, a külső bírálók megjegyzéseiről árult el részleteket, illetve becsléseket tartalmazott a könyv eladhatóságára, más intézményekben való használhatóságára vonatkozóan. Ezt a dossziét a „megőrizni” halomba tettem. A másik dossziét, Feynman szerkesztetlen előadásjegyzeteivel, magammal vittem az archívumba.

A *The Feynman Lectures on Physics* 1963. júniusi előszavában Feynman megjegyzést fűzött néhány olyan előadáshoz is, amelyet a kötetek nem tartalmaztak. Az első évben három fakultatív előadást tartott a problémamegoldásról. És valóban, Leighton dossziéjának három tételéről kiderült, hogy azok a Feynman által 1961 decemberében leadott A, B, C ismertetések durva átiratai. A következő hónapban tartott egy előadást a tehetetlenségi navigációról is, ami ugyancsak nem került be a könyvbe. Feynman szerint ez nem volt szerencsés döntés – ennek az előadásnak a részleges átiratát megtaláltam a Leighton-dossziében. Egy további előadás szerkesztetlen, részleges átiratát is tartalmazta a dosszié 1964. március 13-i keltezéssel, számtalan kézzel írt, Feynmantól származó megjegyzéssel egyetemben. A *The Motion of Planets around the Sun* című előadás az ellipszisztörvény Newtontól származó, a *Principia Mathematicában* szereplő geometriai bizonyításának szokatlan megközelítése.

1993 szeptemberében lehetőségem nyílt összeállítani Feynman eredeti hangfelvételeinek lajstromát, mert azok is az archívumba kerültek. Köztük volt az az öt előadás is, amelyeket nem válogat-

tak be az Addison–Wesley-kiadásba. Eszembe jutott a Leighton-mappa öt kiadatlan előadása; a szerkesztetlen átiratok, véltem, biztosan megegyeznek a szalagok tartalmával. Az öt előadás közül négyhez – pontosan azokhoz, amelyeket Feynman az előszavában említett – az archívumban megvoltak a diagramokat és egyenleteket ábrázoló táblafotók is – az 1964-es, a bolygók mozgásáról szóló előadáshoz azonban egyet sem találtam. (Miközben ehhez a könyvhöz keresgéltem illusztrációkat, ráakadtam egy képre, amely ezen a különleges előadáson készült Feynmanról. Ez lett az eredeti kiadás címlapfotója.) Bár Feynman átadta Leightonnak az 1964-es előadáshoz fűzött megjegyzéseit a táblára kerülő ábrák vázlataival együtt, Leighton nyilvánvalóan úgy döntött, hogy ezt az előadást nem veszi fel a *The Feynman Lectures on Physics* 1965-ben megjelent harmadik kötetébe, amely főként kvantummechanikával foglalkozott. Idővel az előadás feledésbe merült – gyakorlatilag elveszett.

Davidet és engem felcsigázott a gondolat, hogy megmenthetjük a feledéstől mind az öt kiadatlan Feynman-előadást. Így aztán amikor decemberben, mint előtte is gyakran, elutaztunk az olaszországi Frascati városkába, magunkkal vittük a hangfelvételek, az átiratok, a táblaképek, valamint Feynman megjegyzéseinek másolatát. A következő két hétben végighallgattuk a hangfelvételeket, jegyzeteltünk, nevettünk a tréfákon, próbáltuk kiszűrni a hallgatók kérdéseit és Feynman válaszait, majd minden egyes előadás végeztével további jegyzeteket készítettünk. Végül mégis úgy döntöttünk, hogy csupán egyetlen előadás őrzi a Feynman egyetemi előadótermi jelenlétére oly jellemző vitalitást, eredetiséget és lendületet – mégpedig a bolygók mozgásáról szóló 1964-es előadása. Egyben ez az előadás volt az, amelynek megértéséhez valamennyi táblafotóra szükség volt. Azok viszont nem álltak rendelkezésre. Így hát kénytelen-kelletlen lemondunk tervünkről.

Legalábbis én így gondoltam. Mint kiderült, az előadás morzsái tovább kísértették Davidet, különösen, amikor a következő évben

elsőéveseknek ezt az anyagot kezdte el tanítani. A hangszalagok megvoltak. De a Feynman megjegyzéseiben szereplő néhány csábító vázlat és egy-két, inkább csak magának, mint a hallgatóságnak odafirkantott szó alapján vajon lehetséges-e rekonstruálni azt, ami egykor a táblára felkerülhetett? „Megpróbáljuk újra” – jelentette ki David 1994 decemberének első napjaiban, amikor épp csomagoltunk, hogy átkeljünk a Panama-csatornán. Ezúttal józanul csak a hangfelvétel átiratát vittük magunkkal, ezenkívül a jegyzeteket, valamint néhány oldalnyi másolatot Kepler *Astronomia nova* (Új csillagászat) című művéből és Newton *Principiájából*.

Az SS Rotterdam tizenegy nap alatt ért Acapulcóból Fort Lauderdale-be. Úgy terveztük, hogy David mindennap két-három órára visszavonul a kabinba, és Feynman elveszett előadásának megfejtésén dolgozik. Ő is, mint Feynman, Newton geometriai bizonyításaival kezdte. Akkor csillant fel a remény, amikor be tudta azonosítani Feynman első ábravázlatát: az megegyezett a *Principia* Cajori-féle kiadásának 40. oldalán található rajzzal. Három, talán négy napja voltunk a tengeren, világosan látszottak a Costa Rica-i partok, amikor David kijelentette, hogy egy bizonyos pontig immár ő is követni tudja Newton érvelését. Mire kijutottunk az Atlanti-óceánra, már tökéletesen belemerült Feynman gondosan felcímkézett görbéket, szögeket, metsző egyeneseket ábrázoló ceruzarajzaiba. A kabinjában maradt, tudomást sem vett a tájról, kizárólag a geometriai ábrákkal foglalkozott – Feynmanéval, Newtonéval és a sajátjaival –, minden egyes napon, sőt még éjszaka is. Amikor december 21-én Fort Lauderdale-be értünk, már teljes egészében megismerte és megértette Feynman érvelését. Hazafelé tartva, a repülőúton már körvonalazódott is a könyv szerkezete.

A végleges forma a családukunk és a barátainknak köszönhető. Marcia Goodstein zseniálisan túljárt az akkor még butácska szoftverek eszén, és előállította a Feynman geometriai meséjéhez szükséges mintegy 150 ábrát. Sara Lippincott, a képzett szerkesz-

tő és diplomata finoman alakította a prózát és a tálalásmódot. Ed Barbernek, a W. W. Norton alelnökének éveken át tartó baráti győzködése meghozta gyümölcsét, amikor az elveszett előadás megkerült. Azt, hogy maga az előadás hogyan jött létre, Robbie Vogt mesélte el nekünk. Valentine Telegdi hívta fel a figyelmünket James Clerk Maxwell bizonyítására. Végül szeretnénk megköszönni Carl és Michelle Feynman szíves együttműködését, valamint Mike Kellernek, a Caltech szellemi tulajdonjoggal foglalkozó ügyvédjének a segítségét. A könyv bevételét a Caltech tudományos kutatásainak támogatására fordítjuk.

A könyvben szereplő valamennyi fénykép a Caltech archívumából származik.

Pasadena, 1995. május

Judith R. Goodstein

BEVEZETÉS

*Szívesebben fedeznék fel egyetlen apró tényt,
semmint nagy problémákról vitatkozom
anélkül, hogy bármit is felfedeznék.*

Galileo Galilei

Ez a könyv egy egyszerű, habár bizonynyal nem csekély jelentőségű tényről szól. Ha egy bolygó, egy üstökös vagy bármely más test gravitációs hatásnak kitéve ível át a téren, pályája nagyon speciális matematikai görbék egyikét rajzolja ki – kört, ellipszist, parabolát vagy hiperbolát. Ezeket a görbéket együttesen kúpszeleteknek nevezzük. Miért ezeket és csak ezeket az elegáns geometriai konstrukciókat választotta ki a természet mint lehetséges pályagörbéket? Kiderül, hogy a problémának nem csupán mély tudományos és filozófiai jelentősége van, de történeti szempontból is rendkívül fontos.

1684 augusztusában Edmund Halley (akiről később a híres üstököst elnevezték) Cambridge-be utazott, hogy az ünnepelt, de kissé különc matematikussal, Isaac Newtonnal az égi mechanikáról beszélgessen. A tudományos körökben elterjedt elképzelés szerint a bolygók mozgása egy a Napból eredő, a bolygó és a Nap távolságának négyzetével fordítottan arányos erő következménye,

ám erre meggyőző bizonyítást adni még senki nem volt képes. Newton ezzel kapcsolatban azt is elárulta: sikerült bebizonyítania, hogy az ilyen erő ellipszispályát hoz létre – pontosan azt az ellipszispályát, amelyet nagyjából hetven évvel korábban Johannes Kepler csillagászati megfigyelésekből kikövetkeztetett. Halley biztatta Newtont, mutatná meg neki a bizonyítást. Newton szemlátomást vonakodott, azt mondta, elhányta valahová, de megígérte Halley-nek, hogy újra kidolgozza, aztán elküldi neki. Valóban így történt: néhány hónappal később, 1684 novemberében Newton küldött Halley-nek egy kilencoldalas értekezést, amelyben bebizonyította, hogy az inverz négyzetes gravitációs törvény a dinamika néhány alapelvével együtt nem csupán az ellipszispályákról, de a bolygómozgásra vonatkozó többi Kepler-törvényről, sőt még többről is számot ad. Halley tisztában volt vele, hogy nem kevesebbet tart a kezében, mint az akkoriban ismert világegyetem értelmezésének kulcsát.

Halley nógatni kezdte Newtont, hadd intézkedjék az értekezés megjelentetésének dolgában. Newton azonban nem volt teljesen elégedett a munkájával, és halogatta a kiadatást azzal az indokkal, hogy át akarja dolgozni a levezetést. A publikációra végül majdnem három évet kellett várni. Ez alatt az idő alatt Newton erre a problémára összpontosította a figyelmét, úgy tűnik, máson nem is dolgozott. A munka eredményeként 1687-re elkészült a *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, vagyis Newton mesterműve, a könyv, mely megteremtette a modern tudományt.

Majd háromszáz évvel később a fizikus Richard Feynman, nyilvánvalóan saját szórakoztatására, arra vállalkozott, hogy Kepler ellipszisztörvényét maga is bebizonyítsa, nem használva magasabb szintű matematikát, csupán az elemi síkgeometria eszközeit. Amikor 1964 márciusában megkérték, hogy vendégelőadóként tartson előadást a Caltech első évfolyamának, úgy döntött, hogy előadásának alapja ez a bizonyos geometriai bizonyítás lesz. Az előadást hangszalagon rögzítették, majd készítettek belőle egy átiratot.

Feynman előadásain általában fényképek készültek a táblára felkerült anyagról; ám ebben az esetben ha készültek is fotók, azok nem maradtak fenn. A hivatkozott geometriai ábrákra vonatkozó bármiféle utalás hiányában az előadás nem volt érthető. Amikor azonban Feynman kollégájának, Robert Leightonnak az iratai közül előkerültek Feynman saját jegyzetei, lehetségessé vált a teljes levezetés rekonstruálása.

Feynman elveszett jegyzeteinek felfedezése rendkívüli lehetőséget kínált számunkra. Az emberek többsége Feynmant csak a csínytevéseiről ismeri, amelyekről anekdotázó könyveiben számol be (*Tréfál, Feynman Úr? és Mit érdekel a mások véleménye?*); ezek a könyvek Feynman pályájának kései szakaszában keletkeztek, és Leighton fia, Ralph a társszerzőjük. A bennük olvasható történetek önmagukban is lenyűgözők, de még különlegesebbek annak köszönhetően, hogy főszereplőjük egy történelmi léptékű elméleti fizikus. Ugyanakkor a laikus olvasónak nincs módja bepillantani Feynman elméjébe, és meglátni annak másik oldalát – a hatalmas intellektust, amely kitörölhetetlen nyomot hagyott a tudományos gondolkodáson. A szóban forgó előadásban azonban Feynman minden leleményét, éleslátását és ráérző képességét latba vetette, miközben érvelését nem homályosítja el a matematikai rafinéria szövete, amely fizikai eredményeit a beavatatlanok számára áttekinthetetlenné teszi. Ebből az előadásból bárki, aki a síkgeometriát elsajátította, láthatja, hogyan is dolgozott a nagy Feynman.

Miért vállalkozott Feynman Kepler ellipszisztörvényének síkgeometriai bizonyítására? Ez a feladat a magasabb matematika hatékony eszközeivel sokkal könnyebben megoldható. Feynmant nyilvánvalóan izgatta az a tény, hogy bár ezeknek az eszközöknek némelyikét maga Newton fedezte fel, a Kepler-törvényre a *Principiában* mégis csupán síkgeometriai ismeretekre alapuló bizonyítást adott. Feynman megpróbálta követni Newton bizonyítását, egy bizonyos ponton azonban nem jutott túl, mert Newton a kúpszeletek olyan misztikus tulajdonságaira hivatkozott (ez akkoriban

nagyon felkapott téma volt), amelyeket Feynman nem ismert. Így, mint az előadásában állítja, maga dolgozta ki a bizonyítást.

Ráadásul e bizonyítás nem tekinthető csupán érdekes intellektuális rejtvénynek, amellyel Feynman elszórakozott. Az ellipszisztörvény Newtontól származó levezetése vízvázlat az ókori és a modern világ között – a tudományos forradalom betetőzése. Ez az emberi elme egyik csúcsteljesítménye, amely csak Beethoven szimfóniáihoz, Shakespeare drámáihoz vagy a Sixtus-kápolna Michelangelo által festett mennyezetfreskójához mérhető. Túl azon, hogy micsoda óriási jelentősége van a fizika történetében, meggyőzően demonstrál egy bámulatra méltó tényt, amely azóta is zavarba ejt és nem hagy nyugodni egyetlen gondolkodót sem: a természet a matematika törvényeinek engedelmeskedik.

Mindezek alapján érdemesnek látszott a nagyvilág elé tárni Feynman előadását. Az ár, amit az olvasónak fizetni kell, nem kicsi. Feynman előadása még az elsős Caltech-évfolyam matematikai zsenijeinek is ijesztő lehetett. Jóllehet minden egyes lépése elemi, a bizonyítás egészében nem egyszerű. A mai olvasó dolgát tovább nehezíti, hogy nélkülöznie kell mind Feynman személyes jelenlétét, mind az előadóterem tábláját. Ennek a könyvnek mégis az a célja, hogy bevonja az olvasót – ennek érdekében először bemutatja az ellipszisztörvény newtoni levezetésének történelmi jelentőségét, valamint Feynman életét és munkásságát; majd pedig a lehető legrészletesebb magyarázatokkal rekonstruálja az előadáson elhangzott bizonyítást, hogy bármely olvasó, aki még emlékszik a középiskolában tanult geometriára, megértse Feynman briliáns levezetését.